

Linksknicke und einen Rechtsknick und schreiben $B_2 = LLR$. Dabei bedeutet L einen Links- und R einen Rechtsknick. B_2 steht für die Knickfolge, die durch zweimaliges Falten entsteht. Der nächste Knick ergibt $B_3 = LLRLLRR$ und der vierte gibt $B_4 = LLRLLRLLL RRLRR$. In der folgenden Abbildung ist dreimaliges Falten und teilweises Aufklappen abgebildet.

Wenn Mathematiker, oder überhaupt neugierige Menschen, so etwas sehen, kommen ihnen sofort Fragen wie beispielsweise die folgenden in den Kopf:

- ▶ Können wir vorhersagen, wie groß B_n ist; also wie viele Knicke im Band sind, wenn wir n mal gefaltet haben?
- ▶ Gibt es lange Teile nur aus L oder nur aus R in einem B_n ? Kommt zum Beispiel LLLL vor?
- ▶ Es sieht so aus, als finge B_{i+1} mit B_i an. Stimmt das immer?
- ▶ Wie finde ich B_{i+1} , ohne dass ich Falten muss, wenn ich B_i kenne?

Öfter als sechs oder sieben Mal lässt sich das Band nicht falten. Das Papier wird sperrig. Deshalb müssen wir die vierte Frage beantworten, wenn wir viele B_i kennen wollen.

Dazu stellen wir uns vor, wir haben schon ganz oft gefaltet und jetzt falten wir den Streifen wieder auf, bis auf den letzten Knick wie in Abbildung 2. Das Band ist also noch einmal gefaltet, hat aber ganz viele Knicke, die einmal hin und danach wieder zurück durchlaufen werden. Jeder Linksknick im unteren Teil des Bandes wird zu einem Rechtsknick oben und jeder Rechtsknick im unteren Teil wird oben zu einem Linksknick. Dabei wird die Folge der unteren Bandhälfte oben rückwärts durchlaufen. Also wenn wir z.B. aus B_3 die Folge B_4 machen wollen, so müssen wir B_3 noch einmal hinschreiben, dann ein L schreiben (für den einzigen noch bestehenden Knick) und dann die Folge B_3 noch einmal rückwärts schreiben, wobei L und R vertauscht werden: $B_4 = LLRLLRR LLLRRLRR$. Auf dieselbe Weise erhalten wir B_5 aus B_4 : $B_5 = LLRLLRLLL RRLRR LLLRRLRR$ und so weiter.

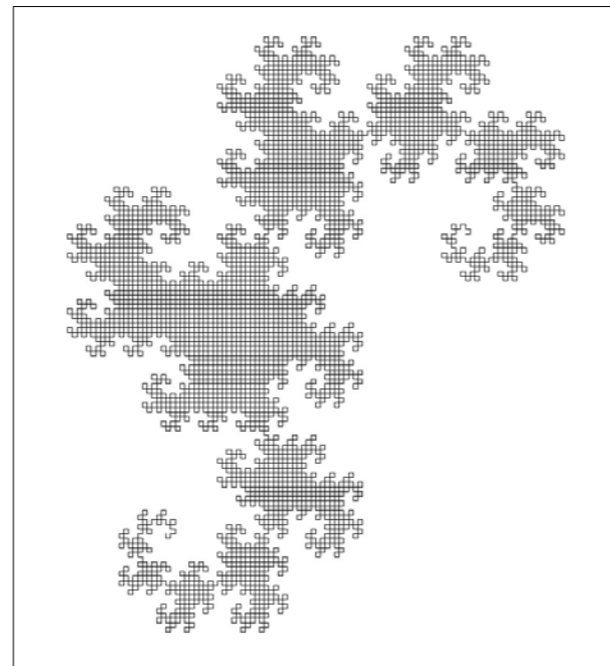
Wir müssen nicht mehr wirklich falten. Faltet man (gedanklich) unendlich oft, so hat man die Bänderfolge B , eine unendlich lange Folge, die nur aus den Buchstaben L und R besteht.

Es gibt noch eine zweite Möglichkeit. Nehmen wir einmal an, wir haben unser Papierband schon ein paar mal gefaltet. Jetzt soll es noch einmal gefaltet werden. Zwischen je zwei bestehende Knicke wird dadurch ein neuer Knick eingeführt. Weil das Band abwechselnd vor und zurück läuft, werden diese Knicke im Wechsel Links- und Rechtsknicke. Wir erhalten also B_4 aus B_3 indem wir immer zwischen bestehende Buchstaben im Wechsel L und R einfügen.

$B_3 = LLRLLRR$
 $B_4 = LLRLLRLLL RRLRR$

Das erste L muss dabei vor die bestehende Folge eingefügt werden. Genauso entsteht jedes B_i aus B_{i-1} . Daraus folgt: Streicht man jeden zweiten Buchstaben in der unendlichen Folge B , so erhält man wieder B (warum?). Solch eine Folge nennt man *selbst-ähnlich*.

Wenn wir ein Band oft gefaltet haben und dann wieder auffalten, wie sieht das Ergebnis aus? Da oft falten schwierig ist, lassen wir den Computer das Ergebnis zeichnen. Dabei soll jeder Links- oder Rechtsknick nach dem Auffalten des Bandes genau 90° haben. Wir sehen das Resultat von 13-maligem Falten in Abbildung 3, eine Näherung an die sogenannte Drachencurve. Die eigentliche Drachencurve ist ein Fraktal, welches man erhält, wenn man nicht nur 13-mal, sondern unendlich oft faltet. Es unterscheidet sich im Aussehen aber kaum von Abbildung 3.



Weitere Informationen

Stephan Rosebrock. *Folgen und Fraktale*, Mathematik-information 65, Begabtenförderung Mathematik e.V., S. 20–31 (2016).



Kontakt

Stephan Rosebrock
 rosebrock@ph-karlsruhe.de

Lehrerfortbildung und Workshop für fischartechnik in der Physik



Am 9. Februar 2017 fand in den Räumen der Physik an der pädagogischen Hochschule Karlsruhe die erste Lehrerfortbildung zum Thema „fischartechnik in der Grundschule“ statt. An der Fortbildung bzw. dem Workshop nahmen neben den beiden Referenten Stefan Falk und Dirk Fox und dem Organisator Ralph Hansmann 17 interessierte Lehrkräfte und Studierende teil. In den über drei Stunden wurden nicht nur sogenannte „Basics“ und das hoch interessante Thema Pneumatik vermittelt. Vielmehr konnten alle Teilnehmenden selbst ausprobieren und dabei erleben, wie

z.B. eine bestimmte Lagerung die Reibung beeinflusst und sich nachhaltig auf eine rotierende Achse auswirkt – Physik zum Anfassen! Auch in Sachen Statik konnten die Teilnehmenden der Fortbildung „Bauklötze staunen“. Dank der präzisen Anleitung gelang es den Teilnehmenden, mit wenigen Streben eine labile Konstruktion aus Winkelträgern felsenfest zu stabilisieren. Selbst das Rätsel der Achsschenkel lenkung konnte ergründet, verstanden und ein entsprechendes Modell selbst gebaut werden.

Aufgrund der großen Begeisterung der Teilnehmenden ist schon die nächste Fortbildung bzw. der nächste Workshop in Planung. Wir freuen uns auf Ihre Teilnahme!

Hinter dieser Lehrerfortbildung steckt die vor gut einem Jahr, am 2. Dezember 2015, ins Leben gerufene Kooperation zwischen der Karlsruher Technikinitiative, der fischartechnik GmbH (ft), physik²A und der Pädagogischen Hochschule (PH) Karlsruhe.

Die Kooperation unterstützt Schulen im Großraum Karlsruhe bei der Installation von ft-AGs in vielfältiger Weise. Dabei organisiert und koordiniert Herr Dirk Fox (Karlsruher Technikinitiative) hauptsächlich das Sponsoring und die Beschaffung der Teile. Für die wissenschaftliche Begleitung sowie die Entwicklung von Konzepten und Inhalten und für die Durchführung der AGs, aber auch für die operative Unterstützung, z.B. durch die Umsortierung der angelieferten Teile, ist Ralph Hansmann (physik²A bzw. PH Karlsruhe) mit zuständig. Dank der Unterstützung durch Studierende, die als Tutorinnen



und Tutoren eingesetzt werden oder aber ihr Professionalisierungspraktikum (PP) an den jeweiligen Schulen durchführen, können didaktische Ansätze wie der inhaltliche Aufbau der AGs entwickelt und erprobt werden. Zwischenzeitlich entstehen auch erste wissenschaftliche Arbeiten, die diese neuen Gestaltungsmöglichkeiten für Lehrende und Lernende aufzeigen und darstellen.

Dirk Fox und Ralph Hansmann leiten gemeinsam den Arbeitskreis der *fischertechniker*. Der Arbeitskreis trifft sich regelmäßig und dient als Plattform zur Unterstützung der Lehrkräfte und Studierenden bei der Durchführung der AGs. Erkenntnisse und Herangehensweisen können ausgetauscht, entstandene Fragen beantwortet und physikalische wie technische Herausforderungen gelöst werden.

So wurde im vergangenen Sommer ein dringendes Anliegen aller Teilnehmenden umgesetzt: Es wurde ein „fischertechnik-Tag“ an der Gartenschule organisiert, bei dem die Kinder aller AGs ihre Werke zeigen und gleichzeitig sehen konnten, was andere zu leisten imstande sind. Es gelang den Kindern, mit ihren individuellen Modulen eine 8 m lange „Ballweitergabemaschine“ zu bauen, die voll funktionstüchtig war! Als der Ball das letzte Modul passierte, bebte die ganze Turnhalle der Gartenschule vom Jubel der Kinder und aller Besucher!



Seit dem Bestehen der Kooperation konnten folgende Grundschulen eine *fischertechnik*-AG im Ganztagesbetrieb installieren: Gartenschule, Evangelische Jakobusschule, Nordschule Neureut, Draisschule, element-i-Schule im Technido und die Schule im Lustgarten. Die Hans-Thoma-Schule steht kurz vor der Erstausrüstung. Aufgrund der großen Nachfrage wurden an der Weinbrenner- und der Gartenschule die Ausstattungen bereits erweitert; auch die Draisschule möchte Material nachbestellen.

Inzwischen konnte sogar im Erlebnismuseum in Sinsheim (Kooperationspartner der PH Karlsruhe) im Rahmen der Kooperation im Dezember letzten Jahres der Kinder-Erfinder-Kreis (KEK) fest installiert und mit einer großen Zahl an *fischertechnik*-Kästen ausgestattet werden. Immer freitags lautet im Erlebnismuseum Sinsheim das Motto: „Freitag ist Erfindertag!“ Gegen eine Gebühr von 5 € können Kinder ab 10 Jahren von 14.30 Uhr bis 17.00 Uhr kreativ tätig werden und eigene Achterbahnen und Maschinen konstruieren.



Anmeldungen und Infos

07261-9496214 oder samuel.kreis@aivn.de



Kontakt

Ralph Hansmann

hansmann@ph-karlsruhe.de